

Упомянутое позволяет сказать, что использование любых резервов в производстве гиперболических зубчатых колес, передач и редукторов может дать и уже реально дает значительный экономический эффект за счет улучшения конструкции, повышения производительности труда, улучшения качества, снижения себестоимости, повышения конкурентоспособности продукции.

Особое место среди пространственных передач и редукторов занимают гипоидные и винтовые зубчатые колеса с улучшенными (экстремальными) качественными (геометрокинематическими) показателями, содержащие большие скрытые резервы увеличения их прочности и улучшения эксплуатационных качеств. В том числе одним из существенных резервов является переход от конических и цилиндрических начальных поверхностей к квазигиперболическим начальным поверхностям, наименее отклоняющимся от гиперболических аксоидов – теоретических начальных поверхностей.

Список литературы: 1. Голубенко О.Л., Мединцева Ю.В. Кинематика зубогенерирования квазигиперболических колес и проблема синтеза покрашенных гиперболических передач // *Машинознание*. – 2007. – №1 (115). – С.26–29. 2. Голубенко А.Л., Мединцева Ю.В., Носко П.Л. Геометрокинематические показатели и основные критерии несущей способности гиперболических передач // *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – 2007. – № 2. – С.35–40. 3. Голубенко А.Л., Грибанова Ю.В., Крамарь Н.М. Гипоидные передачи с экстремальными качественными показателями: вопросы синтеза, анализа и зубогенерирования // *Збірник наукових праць Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – Луганськ: Вид-во СНУ, 2003. – С.117. 4. Мединцева Ю.В., Балицкая Т.Ю., Ратов Д.В. Квазигиперболические передачи – альтернатива традиционным гиперболическим передачам // *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – 2007. – №3 (109), часть 2. – С.94–99. 5. Голубенко А.Л., Мединцева Ю.В., Носко П.Л. Аспекты и проблемы синтеза и математико-механического формообразования зубьев квазигиперболических колес улучшенных гиперболических передач // *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – 2007. – №9 (115). – С.42–51. 6. Власенко В.Н. Работы ТК-47 “Механические приводы” по гармонизации национальных и международных стандартов // *Вестник национального технического университета “ХПИ”*. – 2005. – №40. – С.3–6. 7. Власенко В.Н., Фей В.М. Современное состояние и перспективы развития механических приводов общемашиностроительного применения с передачами Новикова // *Вестник национального технического университета “ХПИ”*. – 2007. – №21. – С.11–19.

Поступила в редколлегию 09.06.08

УДК 621.83

В.М. ГРИБАНОВ, докт. тех. наук, ВНУ им. В. Даля,
Д.В. РАТОВ, асп., ВНУ им. В. Даля,
Т.Ю. БАЛИЦКАЯ, ВНУ им. В. Даля,
Н.В. КОРОБКА, ВНУ им. В. Даля,
Т.Е. ПЕЧОЛАТ, ВНУ им. В. Даля

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Розглядається підхід до складання математичної моделі процесу формоутворення бокових поверхонь зубців гіперболическої передачі з наступною побудовою комп'ютерної імітаційної моделі зборки гіперболических шестерень.

The approach to drawing up of mathematical model of process shape of building like edge surface of tooth transfer with the subsequent construction of computer imitating model of assembly transfers is considered.

Постановка проблемы. Как известно, зубчатые детали являются одними из наиболее распространенных классов деталей в современном машиностроении. Серийность их выпуска достигает сотен тысяч деталей в год. Изготовление их, как правило, производится методами снятия стружки. Замена процессов резания при обработке зубчатых деталей процессами пластической деформации – накатыванием является одним из путей прогрессивной технологии машиностроения.

В наше время моделирование на цифровых вычислительных машинах является одним из наиболее мощных средств исследования, в частности, сложных динамических систем. Как и любое компьютерное моделирование, оно дает возможность проводить вычислительные эксперименты с еще только проектируемыми системами и изучать системы, натурные эксперименты с которыми из-за соображений безопасности или дороговизны не целесообразны. В тоже время, благодаря своей близости по форме к физическому моделированию, этот метод исследования доступен более широкому кругу пользователей.

Цель статьи: основанное на выводах работ [2], [6] получение квазигиперболических зубчатых передач в виде компьютерной модели.

Основной материал. Моделью объекта является любой другой объект, отдельные свойства которого полностью или частично совпадают со свойствами исходного [8]. Имитационная модель рассматривается как специальная форма математической модели, в которой декомпозиция системы на компоненты производится с учетом структуры проектируемого или изучаемого объекта; в качестве законов поведения могут использоваться экспериментальные данные, полученные в результате натурных экспериментов, а пове-

дение системы во времени иллюстрируется заданными динамическими образами.

В основе многих технологических процессов формообразования, т.е. получения поверхности детали режущим инструментом, лежит огибание. При этом форма полученной поверхности детали отличается от формы производящей поверхности – геометрического места бесконечного числа режущих кромок.

Изложим подход к составлению математической модели довольно большой группы технологических процессов формообразования, используемых в машиностроении при изготовлении деталей различной формы накатываемым инструментом. Чертами, объединяющими все процессы формообразования, являются следующие:

- огибаемой служит производящая поверхность, форма которой считается заранее известной;
- огибающей является обработанная режущим инструментом поверхность, форма которой заранее неизвестна;
- огибаемая поверхность относительно условно неподвижной системы отсчета, связанной, например, со станком, может совершать сложное движение, являющееся совокупностью вращательных и прямолинейных поступательных движений, причем положение производящей поверхности в указанной системе отсчета определяется одним параметром – параметром движения;
- заготовка в той же системе отсчета может вращаться вокруг собственной оси; угол поворота заготовки зависит от параметра движения производящей поверхности, и эта зависимость заранее известна;
- целью составления математической модели является получение уравнения обработанной поверхности и при надобности его анализ.

Таким образом, опишем математическую модель технологического процесса формообразования с конкретизацией формы производящей поверхности и вида ее движения (см. рис. 1).

Пусть в неподвижной системе отсчета параметр ψ характеризует положение движущейся производящей поверхности Ω , а параметр φ определяет в той же системе положение вращающейся заготовки. Между ψ и φ существует функциональная зависимость, так что можно считать, что движение указанных объектов определяется одним параметром.

В математическую модель технологического процесса формообразования входит описание формы производящей поверхности Ω и закона ее движения относительно заготовки, а также получение уравнения обработанной поверхности Ξ как огибающей семейства производящих поверхностей.

Для составления математической модели введем в рассмотрение три системы отсчета:

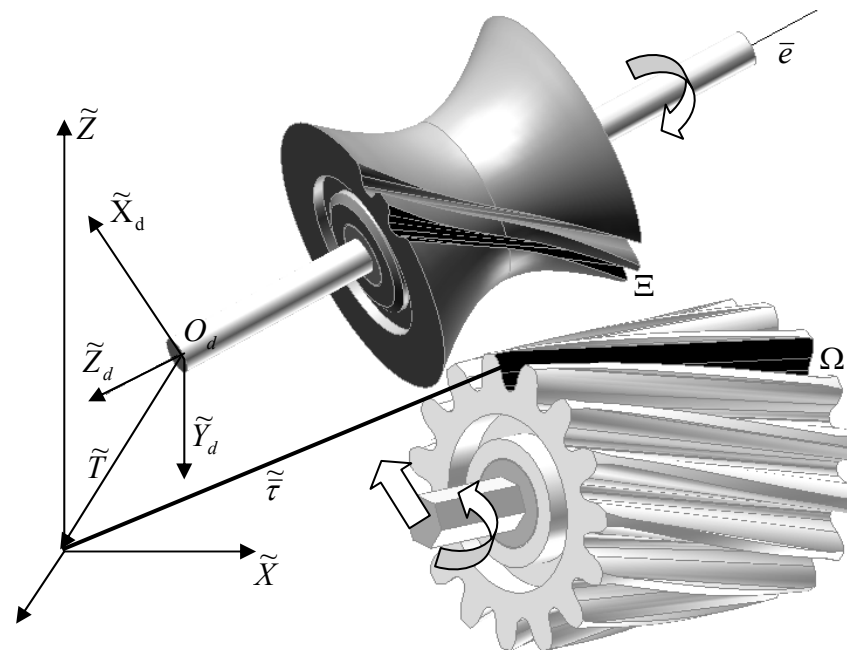


Рис.1. Выбранные системы отсчета при получении огибающей поверхности Ξ

1. Σ_d – подвижная декартова система, жестко связанная с заготовкой, вращающейся вокруг своей оси e . В этой системе будем получать уравнение огибающей Ξ , т.е. уравнение обработанной поверхности. Начало системы Σ_d лежит на оси e вращения заготовки в точке O_d .

2. $\tilde{\Sigma}_d$ – неподвижная декартова система с осями $\tilde{x}_d, \tilde{y}_d, \tilde{z}_d$. В начальном положении, когда $\varphi = 0, \psi = 0$, системы Σ_d и $\tilde{\Sigma}_d$ совпадают друг с другом.

3. $\tilde{\Sigma}$ – неподвижная декартова система с началом в точке \tilde{O} и с осями

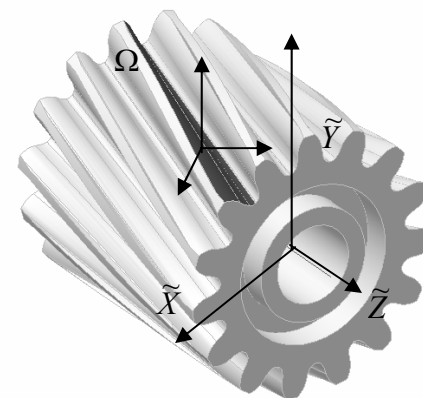


Рис. 2.

$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$. В этой системе удобно описать производящую поверхность Ω в начальном положении, т.е. при $\psi = 0$.

Последовательность составления математической модели следующая:

- 1) в системе $\bar{\Sigma}$ записываем уравнение производящей поверхности Ω в начальном положении;
 - 2) производим переход в систему Σ_d , и там записывается уравнение производящей поверхности Ω в произвольном положении;
 - 3) переходим в систему Σ_d , вращающуюся вместе с заготовкой. В этой подвижной системе определяем огибающую семейства производящих поверхностей Ξ , которая и служит моделью обработанной поверхности.
- Итак, пусть в начальном положении радиус-вектор произвольной точки производящей поверхности в системе $\bar{\Sigma}$ равен $\bar{\rho} = \bar{\rho}(\theta, \nu)$, где θ и ν – параметры или криволинейные координаты этой точки. Производящей поверхностью выступает винтовая поверхность, задающаяся вектор-функцией:

$$\bar{\rho}(\theta, \nu) = \begin{bmatrix} R \cos(\theta) + \nu \cos(\delta) \sin(\theta) \\ R \sin(\theta) - \nu \cos(\delta) \cos(\theta) \\ p\theta - \nu \sin(\theta) \end{bmatrix},$$

где $p = R \cdot \tan(\delta)$ (параметр винта), δ – угол подъёма винтовой линии на основном цилиндре.

В системе Σ_d радиус вектор той же точки производящей поверхности выглядит так:

$$\bar{\rho}(0) = [M(\bar{g}, -\gamma)](T + \bar{\rho}(\theta, \nu)),$$

где $[M(\bar{g}, -\gamma)]$ – матрица поворота системы $\bar{\Sigma}$ вокруг некоторой оси \bar{g} на угол γ до совмещения с системой Σ_d (элементы матрицы $[M(\bar{g}, -\gamma)]$ – постоянные величины); T – вектор постоянной длины, идущий из точки O_d в точку \bar{O} . Все векторы, стоящие в правой части равенства, записаны в проекциях на оси системы $\bar{\Sigma}$.

В произвольный момент радиус-вектор той же точки производящей поверхности в неподвижной системе Σ_d имеет вид:

$$\bar{\tau} = H(\psi) + [M(\bar{\kappa}, \psi)]\bar{\tau}(0). \quad (1)$$

Для перехода из системы Σ_d в подвижную систему Σ_d воспользуемся формулой:

$$\bar{\tau} = [M(\bar{e}, -\varphi)]\bar{\tau}. \quad (2)$$

(имеем в виду, что ось вращения заготовки проходит через начало координат системы Σ_d).

Подставляя в (2) выражение (1), получаем уравнение производящей поверхности в подвижной системе Σ_d , связанной с вращающейся заготовкой:

$$\bar{\tau} = [M(\bar{e}, -\varphi)](H(\psi) + [M(\bar{\kappa}, \psi)]([M(\bar{g}, \gamma)](T + \bar{\rho}(\theta, \nu))),$$

где вектор перемещения $H(\psi) = \bar{l}(0) + \bar{\rho}(\psi) - [M(\bar{\kappa}, \psi)]\bar{l}(0)$.

Тогда

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= [M(\bar{e}, -\varphi)](\bar{l}(0) + \bar{\rho}(\psi) - [M(\bar{\kappa}, \psi)]\bar{l}(0) + [M(\bar{\kappa}, \psi)]([M(\bar{g}, \gamma)](T + \bar{\rho}(\theta, \nu)))); \\ \bar{\tau} &= [M(\bar{e}, -\varphi)](\bar{l}(0) + \bar{\rho}(\psi) + [M(\bar{\kappa}, \psi)]([M(\bar{g}, \gamma)](T + \bar{\rho}(\theta, \nu)) - \bar{l}(0))); \\ \bar{\tau} &= [M(\bar{e}, -\varphi)](\bar{\rho}(\psi) + \bar{l}(0) + [M(\bar{\kappa}, \psi)]\bar{\rho}'), \end{aligned}$$

где $\bar{\rho}' = [M(\bar{g}, \gamma)](T + \bar{\rho}(\theta, \nu)) - \bar{l}(0)$.

Таким образом, уравнение семейства поверхностей, полученное при движении огибаемой (производящей) поверхности, записано в векторно-параметрическом виде $\bar{\rho}' = (\theta, \nu, \psi)$, где θ, ν – криволинейные координаты точки огибаемой поверхности; ψ – параметр движения, причём $\varphi = \frac{\psi}{i}$ (i – передаточное число моделируемой передачи).

Условие огибания в этом случае выражается в равенстве нулю скалярно-векторного произведения трех векторов, представляющих собой частные производные от радиус-вектора по параметрам:

$$\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \nu} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \psi} = 0. \quad (3)$$

Это уравнение является требованием того, чтобы вектор скорости точки огибаемой поверхности, попавшей на характеристику, был перпендикулярен нормали или, что то же самое, лежал в плоскости, касательной к огибающей и огибаемой. Это связано с тем, что вся огибаемая поверхность во все время движения находится по одну сторону от огибающей, и поэтому точка огибаемой поверхности, попавшая на характеристику, не может иметь составляющей скорости, идущей по нормали.

Продифференцируем уравнение производящей поверхности по аргументам:

$$\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \theta} = [M(\bar{e}, -\varphi)][M(\bar{\kappa}, \psi)][M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \bar{\rho}(\theta, \nu)}{\partial \theta}, \quad \left(\frac{\partial \bar{\rho}'(\theta, \nu)}{\partial \theta} = [M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \bar{\rho}(\theta, \nu)}{\partial \theta} \right);$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \nu} = [M(\bar{e}, -\varphi)][M(\bar{k}, \psi)][M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \bar{p}(\theta, \nu)}{\partial \nu}, \quad \left(\frac{\partial \bar{p}'(\theta, \nu)}{\partial \nu} = [M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \bar{p}(\theta, \nu)}{\partial \nu} \right);$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} = & -[M(\bar{e}, -\varphi)][\Omega(\bar{e})](\bar{S}(\psi) + \bar{I}(0) + [M(\bar{k}, \psi)]\bar{p}') + \\ & + [M(\bar{e}, -\varphi)](i \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + i[M(\bar{k}, i\varphi)][\Omega(\bar{k})]\bar{p}'). \end{aligned}$$

Перемножив полученные выражения соответствующим образом друг на друга и сократив при этом на произведение $[M(\bar{e}, -\varphi)][M(\bar{k}, i\varphi)]$, получаем уравнение (условие огибания) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \theta} \times \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \nu} (-[M(\bar{k}, -i\varphi)][\Omega(\bar{e})](\bar{S}(i\varphi) + \bar{I}(0) + [M(\bar{k}, i\varphi)]\bar{p}') + \\ + i[M(\bar{k}, -i\varphi)] \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + i[\Omega(\bar{k})]\bar{p}') = 0; \\ \bar{N}(-[M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi) + \bar{I}(0) + [M(\bar{k}, i\varphi)]\bar{p}') + \\ + i[M(\bar{k}, -i\varphi)] \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + i(\bar{k} \times \bar{p}')) = 0, \end{aligned}$$

$$\text{где } N = \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \theta} \times \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \nu}.$$

$$\begin{aligned} N([M(\bar{k}, -i\varphi)] \left(i \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} - (\bar{e} \times \bar{I}(0)) \right) + i(\bar{k} \times \bar{p}') + \\ + \bar{p}' \times [M(\bar{k}, -i\varphi)]\bar{e}) = \bar{N}([M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi))). \end{aligned} \quad (4)$$

Матрица поворота $[M(\bar{k}, -i\varphi)]$ на угол $-i\varphi$ вокруг вектора \bar{k} имеет вид:

$$[M(\bar{k}, -i\varphi)] = \begin{bmatrix} k_i^2(1 - \cos(i\varphi)) + \cos(i\varphi) & k_i k_j(1 - \cos(i\varphi)) + k_k \sin(i\varphi) & k_i k_k(1 - \cos(i\varphi)) - k_j \sin(i\varphi) \\ k_j k_i(1 - \cos(i\varphi)) - k_k \sin(i\varphi) & k_j^2(1 - \cos(i\varphi)) + \cos(i\varphi) & k_j k_k(1 - \cos(i\varphi)) + k_i \sin(i\varphi) \\ k_k k_i(1 - \cos(i\varphi)) + k_j \sin(i\varphi) & k_k k_j(1 - \cos(i\varphi)) - k_i \sin(i\varphi) & k_k^2(1 - \cos(i\varphi)) + \cos(i\varphi) \end{bmatrix},$$

где вектор $\bar{k} = \begin{bmatrix} k_i \\ k_j \\ k_k \end{bmatrix}$ имеет координаты, являющиеся проекциями на оси не-

подвижной системы $\bar{\Sigma}$.

Подставив в левую часть уравнения (3) выражения для матрицы $[M(\bar{k}, -i\varphi)]$, получим конкретизированное условие огибания:

$$\begin{aligned} \left(\bar{N}\bar{p}'\bar{e} - (\bar{e}\bar{k})(\bar{N}\bar{p}'\bar{k}) + \bar{N} \left(\frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) - \left(\frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k}(\bar{N}\bar{k}) \right) \cos(i\varphi) + \\ + \left((\bar{e} \times \bar{k})(\bar{N} \times \bar{p}') + \bar{N} \left(\frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k} \right) \sin(i\varphi) + \bar{N}\bar{k}\bar{p}'(1 - \bar{e}\bar{k}) + \bar{N}\bar{k} = \\ = \bar{N}([M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi))). \end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} a &= \bar{N}\bar{p}'\bar{e} - (\bar{e}\bar{k})(\bar{N}\bar{p}'\bar{k}) + \bar{N} \left(\frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) - \left(\frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k}(\bar{N}\bar{k}); \\ b &= (\bar{e} \times \bar{k})(\bar{N} \times \bar{p}') + \bar{N} \left(\frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k}; \\ c &= \bar{N}\bar{k}\bar{p}'(1 - \bar{e}\bar{k}) + \bar{N}\bar{k}. \end{aligned}$$

Тогда

$$a \cos(i\varphi) + b \sin(i\varphi) + c = \bar{N}([M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi))).$$

Поскольку производящая поверхность находится в одном лишь вращательном движении, в этом случае вектор перемещения имеет вид $\bar{S}(i\varphi) = 0$. Условие огибания принимает вид:

$$a \cos(i\varphi) + b \sin(i\varphi) + c = 0.$$

Как известно, если $a^2 + b^2 \leq c^2$, то

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(i\varphi) + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(i\varphi) = -\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \\ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin(\alpha), \quad \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos(\alpha). \end{aligned}$$

Тогда

$$\sin(\alpha + i\varphi) = -\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Разрешим условие огибания относительно параметра движения φ :

$$\alpha + i\varphi = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) + \pi n;$$

где

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right); \quad \varphi = \frac{1}{i} \arcsin\left(\frac{-bc - a\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{a^2 + b^2}\right).$$

Система уравнений

$$\begin{cases} \bar{p}' = (\theta, \nu, \psi); \\ \frac{\partial \tau}{\partial \theta} \frac{\partial \tau}{\partial \nu} \frac{\partial \tau}{\partial \psi} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

определяет огибающую Ξ семейства поверхностей. Производящей поверхностью Ω (огибаемой), заданной уравнением в векторно-параметрической форме, является боковая поверхность зуба накатывающего колеса.

Подставим функцию $\varphi(\theta, \nu)$ в первое уравнение системы (5), получим одно векторно-параметрическое уравнение, описывающее огибающую Ξ , являющуюся боковой поверхностью зуба заготовки:

$$\tau(\theta, \nu) = [M(\bar{e}, -\varphi)] \left(S(i\varphi) + I(0) + M[(\bar{k}, i\varphi)] \left(\begin{bmatrix} M(\bar{g}, \gamma)(T + \\ + \bar{p}(\theta, \nu)) - I(0) \end{bmatrix} \right) \right);$$

$$\begin{cases} \bar{p}' = (\theta, \nu, \psi), \\ \frac{\partial \tau}{\partial \theta} \frac{\partial \tau}{\partial \nu} \frac{\partial \tau}{\partial \psi} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Рассмотрим компьютерное моделирование гиперboloидной передачи. Построение каждой детали в среде проектирования представляет собой последовательное описание составляющих ее конструктивных элементов. Конструктивные элементы могут быть заданы с помощью формообразующих эскизов (например, элементы, полученные выдавливанием, вращением, сдвигом по траектории, натягиванием), а также созданы на базе уже имеющихся элементов (например, отверстия, фаски, скругления, оболочки, ребра жесткости, перегородки, литейные уклоны, резьбовые элементы). В качестве исходного контура накатника возьмем контур с двумя линиями зацепления (рис. 3).

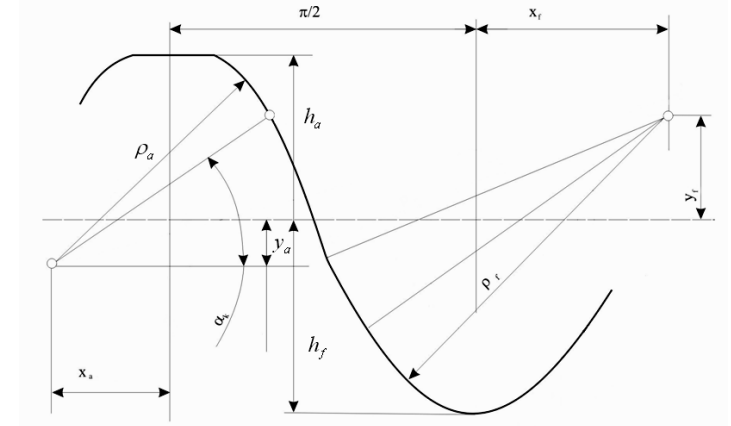


Рис. 3. Исходный контур



Рис. 4. Накатник

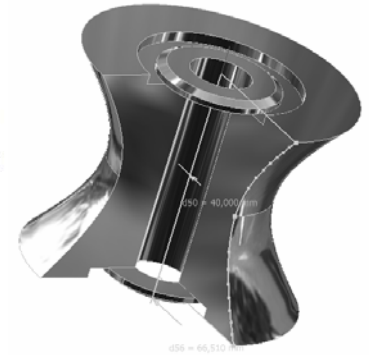


Рис. 5. Исходный гиперboloид

Построение бокового профиля зуба сопровождается точным заданием всех размеров, указанных в ГОСТ'е, поэтому профиль получаем точный, без аппроксимации сплайном. Создадим на исходном цилиндре впадину зуба методом выдавливания (лофтинг с заданием траектории в режиме вычитания поверхностей) исходного контура вдоль длины цилиндра. Профили зуба представлены винтовыми поверхностями:

$$\bar{p}(\theta, \nu) = \begin{bmatrix} R \cos(\theta) + \nu \cos(\delta) \sin(\theta) \\ R \sin(\theta) - \nu \cos(\delta) \cos(\theta) \\ p\theta - \nu \sin(\theta) \end{bmatrix}.$$

Операцией дубликата образца впадины по делительной окружности накатника создаём остальные зубья (рис. 7).

Вначале эскиз и тело могут быть выполнены приблизительно, что соответствует практике реального проектирования. Затем форма уточняется путем задания двух видов зависимостей — размерных (конкретные или заданные с помощью формул значения параметров) и геометрических (параллельность, перпендикулярность, касательность, концентричность, симметричность).

Исходя из функциональной зависимости нормального модуля накатника и параметров накатываемой заготовки (гиперboloида) вычисляем базовые точки гиперболы $y = \pm \sqrt{r^2 + \operatorname{tg}^2(\beta)z^2}$, вращение которой вокруг оси аппликат даёт гиперболоидный аксоид (см. таблицу, рис. 5).

В контексте рабочей сборки (процесс накатывания зубьев) на накатник и рабочую заготовку накладываются сборочные зависимости (межосевое расстояние, равное сумме радиуса горловины гиперболоида и радиуса накатника; угол между скрещивающимися осями; отношение угловых скоростей накатника и гиперболоида). После задания сборочной зависимости возможно только такое расположение деталей в сборке, которое не противоречит данной зависимости. Это позволяет моделировать реальное поведение механизма при перемещении и вращении его компонентов. Более того, система проектирования позволяет определить сборочную зависимость как управляющую, задать диапазон изменения ее параметров (таких как расстояния между сопряженными элементами). В результате операции выдавливания получаем зубья на гиперболоидном аксоиде (см. рис. 7). Боковая поверхность зубьев пред-

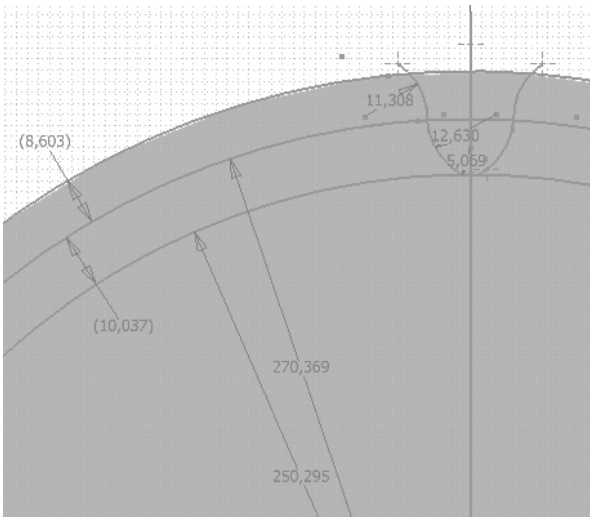


Рис. 6. Профиль впадины зуба в торцовом сечении гиперболоида

ставляет собой огибающую поверхность Ξ , полученную в процессе вращения образующей поверхности на зубе накатника. Сделав сборку из двух гиперболоидных шестерен, получаем модель гиперболоидной передачи с зацеплением Новикова (рис. 8).

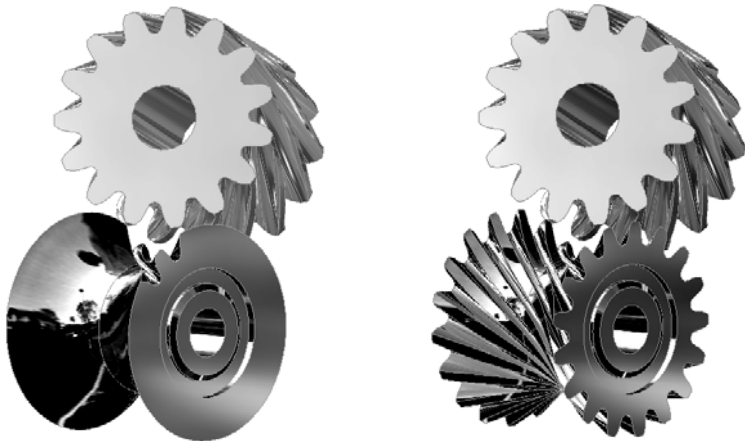


Рис. 7. Процесс накатывания зубьев

Система автоматизированного проектирования даёт возможность автоматического анализа сборки на пересечение деталей (выявление области интерференции) с последующим расчётом координат центра площадки мгновен-

Таблица.
Базовые точки гиперболы

y_1	101,673		z_1	0
y_2	110,09587		z_2	42,23388479
y_3	118,51873		z_3	60,9039525
y_4	126,9416		z_4	76,00507362
y_5	135,36447		z_5	89,36520789
y_6	143,78734		z_6	101,673
y_7	152,2102		z_7	113,2720039
y_8	160,63307		z_8	124,3607018
y_9	169,05594		z_9	135,0648394
y_{10}	177,4788		z_{10}	145,4693333
y_{11}	185,90167		z_{11}	155,6342905

венного контакта и её размеров с целью дальнейшего исследования модели зацепления.

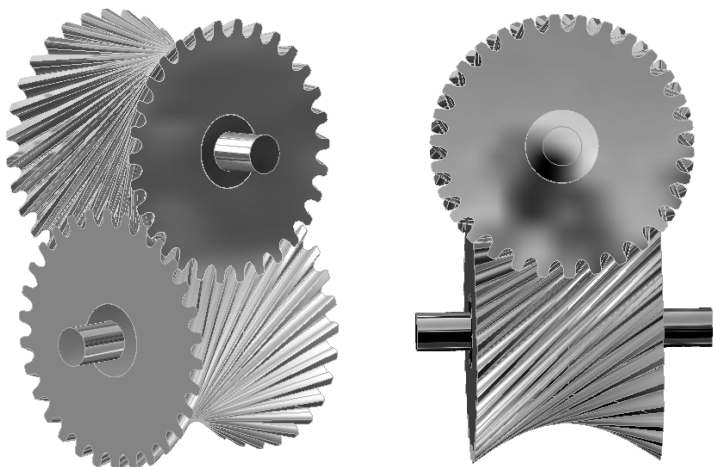


Рис. 8. Сопряженная гиперболическая пара

Выводы. Можно сделать вывод: математическая модель, посредством которой получен компьютерный аналог квазигиперболической зубчатой передачи, позволяет создать твердотельные квазигиперболические зубчатые колеса накатыванием (рис. 8). Геометрия начальных поверхностей зубчатых колес при накатывании максимально приближается к теоретическим начальным поверхностям – гиперболическим аксидам [2]. Анализ разработок гиперболических (винтовых и гипоидных) передач важен с той точки зрения, что полученная в результате анализа информация позволит каждому промышленному предприятию Украины, применяющему пространственные передачи, оценить степень их соответствия современным требованиям производства.

Список литературы: 1. ГОСТ 16530-70. Передачи зубчатые. Термины, определения и обозначения. – М.: Изд-во стандартов, 1971. – 70с. 2. Грибанов В.М. Теория гиперболических зубчатых передач. – Луганск: Изд-во Восточноукр. нац. ун-та им. В. Даля, 2003. – 272 с. 3. Грибанова Ю.В., Балицкая Т.Ю. Сравнительное исследование геометро – кинематических показателей зубчатых гипоидных передач // Вісник ЗМТУ. – 2004. – № 2. – С.83–86. 4. Журавлев Г.А., Иофис Р.Б. Гипоидные передачи. Проблемы и развитие. – Ростов-на-Дону: Северо-Кавказ. науч. Центр высшей школы: Изд-во РГУ, 1978. – 147с. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 6. Кириченко И.А. Создание гиперболических передач с линейным контактом зубьев на базе специальных режущих инструментов: Дисс. д-ра техн. наук: 05.02.02 – "Машиноведение". – Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля. – Луганск, 2004. – 274с. 7. Писманик К.М. Гипоидные передачи. – М.: Машиностроение, 1964. – 227с. 8. Сопровождение материалов: Учебник для вузов / Под общ. ред. Г.С. Писаренко. – Киев: Вища Школа. Головное изд-во, 1979. – 696с. 9. Бенькович Е.С., Колесов Ю.Б. Практическое моделирование динамических систем. – Петербург, 2002. – 464с.

Поступила в редколлегию 12.05.08

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
О.А. РЕВЯКИНА, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
П.Н. ТКАЧ, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,
Ю.А. СКЛЯР, асп., ВНУ им. В. Даля

ОБ ОДНОЙ РАЗНОВИДНОСТИ ВЫСОКОНАГРУЖЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Розроблено математичну модель геометрії циліндричної прямозубої передачі з внутрішнім зацепленням, яка забезпечить підвищену згинну міцність зубців коліс та більш високі значення передаточного числа.

The mathematical model of geometry of cylindrical spur transmission with an internal gearing which will provide heightened bending strength of teeth and a higher value of a reduction rate is developed.

Зубчатые передачи с внутренним эвольвентным зацеплением получили широкое распространение в планетарных передачах, в поворотных механизмах подъемно-транспортных машин, металлорежущих станков и прочего оборудования, причем обладают рядом преимуществ по сравнению с передачами внешнего зацепления. Они имеют повышенный КПД и повышенную нагрузочную способность из условия контактной прочности рабочих поверхностей зубьев [1]. Однако зачастую ограничением допускаемой нагрузки на такие передачи является изгибная прочность зубьев [2]. Поэтому актуальным является повышение изгибной прочности зубьев колес этих передач. Особенно это актуально для планетарных зубчатых передач с малой разностью чисел зубьев колеса с внутренними и колеса с наружными зубьями, когда контактная прочность зубьев значительно выше их изгибной прочности [2]. Кроме того, разность чисел зубьев, непосредственно влияющая на передаточное число, также ограничена в связи с наличием интерференции зубьев [1].

Данная работа посвящена созданию геометрии передачи с внутренним зацеплением с укороченными, в сравнении с эвольвентными, зубьями путем применения колес, зубья одного из которых имеют профили, очерченные дугой окружности.

Рассмотрим зацепление прямозубых зубчатых колес передачи с внутренним зацеплением в торцовом сечении, см. рис., и следующие системы координат:

– $X_1O_1Z_1$ – подвижную систему координат, связанную с колесом с внутренними зубьями (колесом);

– $X_2O_2Z_2$ – подвижную систему координат, связанную с колесом с наружными зубьями (шестерней);